Exercice 4 :

Le plan complexe $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$,

Soit A d'affixe $2i$.

Soit φ est l'application de $\mathbf{P} \setminus \{A\} \rightarrow$ P et qui a tout point M d'affixe z associe le point z' d'affixe $z' = \dfrac{2iz-5}{z-2i}$

1°/ Montrer que M' ≠ A.

2°/ Exprimer z en fonction de z'.

3°/ Soit B , C les points d'affixes respectives –i et 5i. Montrer que B et C *sont* invariants par φ.

4°/ Montrer que si M appartient à la droite (BC) privée de A alors son image M' par φ , appartient à (BC).

5°/a) Montrer que pour tout nombre complexe $z \neq 2$ on a : $|z'-2i| \cdot |z-2i| = 9$

b) En déduire que pour tout point M appartenant au cercle Γ de centre A et de rayon 3. le point M' appartient à P.

Exercice 5 :

Soit a, b et c trois complexes non nuls de même module et vérifiant $a+b+c = 0$.

A - 1°/ On pose $p = \dfrac{a}{c}$ et $q = \dfrac{b}{c}$

a) Prouver que $|p|=|q|=1$

b) Prouver que : $p+q=-1$

2°/ En déduire que $p = \dfrac{-1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ou $p = \dfrac{-1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

B - Soit A d'affixe a , B d'affixe b , C d'affixe c

1°/ Prouver que O est le centre de gravité du triangle ABC.

2°/ Prouver que A, B, C appartiennent à un même cercle de centre O.